

ӘСКЕРБЕКОВА ЖАНАР ӘСКЕРБЕКҚЫЗЫ

«АКУСТИКА ЖӘНЕ ГЕЛЬМГОЛЬЦ ТЕНДЕУЛЕРІ ҮШІН ЖАЛҒАСТЫРУ
ЕСЕПТЕРІН САНДЫҚ МОДЕЛЬДЕУ»

**6D070500 - Математикалық және компьютерлік модельдеу
мамандығы бойынша PhD философия докторы дәрежесін алуға
ұсынылған диссертациялық жұмысқа**

АҢДАТПА

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Диссертациялық жұмыс ғылыми бағыттағы қолданбалар үшін өзекті болып табылатын - акустиканың кері есептерін шешудің сандық үлгілерін зерттеу және әзірлеу болып табылады. Нәтижесі белгілі болған жағдайда себептерді іздеу толқындық теңдеулердің кері есептерін шешу идеясы болып табылады. Теориялық тұрғыдан алғанда, нүктенің немесе таралған көздің дыбыс өрісін есептеу біртекті емес аймақтардағы Гельмгольц теңдеуі үшін шекаралық есептерді шешуге келтіріледі. Табиғи жағдайда толқындық экспериментті зерттеу, әсіресе мұхиттағы дыбыс толқындарының өрістерін зерттеу қымбатқа түседі немесе мүмкін болмай жатады. Осыған байланысты, есептің параметрлерін өзгертудің әртүрлі нұсқаларында кез - келген практикалық қажетті дәлдікпен кіріс және шығыс деректердің толық қайталануы бар басқарылатын жағдайларда пайдаланатын сандық эксперимент ерекше маңызды.

Жердің ішкі құрылымының құрамын зерттеуде геофизикалық әдістер маңызды орын алады. Олар жердің құрылымы туралы ақпаратты тасымалдайтын жер бетіндегі белгілі бір физикалық өрістің сипаттамаларын өлшеуге негізделген. Мұндай өрістер, атап айтқанда, акустикалық және электромагниттік өрістер болып табылады, олар акустика жағдайында толқынның таралу жылдамдығы мен тығыздығына, ал электродинамикада магниттік өткізгіштіктің өткізгіштігіне тәуелді.

Гиперболалық теңдеулер үшін уақытқа тәуелді беттегі жалғастыру есептерінің шешімін М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов Р.Курант, С.П. Шишатский алғаш қарастырған. Кейінірек В.Г. Романов уақытқа тәуелді беттегі деректермен Коши есебін шешудің априорлы бағасын алды.

Кері есептерді, соның ішінде геофизика есептерін шешудің негізгі тәсілі тура есептерді алдын ала шешуге негізделген. Ортаның параметрлерін одан әрі анықтау тура есепті шешу арқылы тәжірибелік өрістің жуық шамамен сипаттамасына келтіріледі. Сонымен қатар, В.Н.Страховтың идеясына сәйкес, өріс бағынатын дифференциалдық операторы болса, тура есептерді шешпей-ақ кері есепті шешуге болады. Көптеген жағдайларда гравитациялық өлшемдердің деректері барлау ұңғымаларын бұрғылау орнын нақты анықтауға мүмкіндік бермейді. Сол үшін қолда бар деректерді пайдалана отырып, жер бетінің астында белгілі бір тереңдікте аномальды гравитациялық өрісті алдын ала есептеген жөн. Осындай себептерден тура және кері есептерді де жоғары тиімділікпен шешуге мүмкіндік беретін

геофизикалық процестердің жаңа математикалық үлгілерін әзірлеуге және талдауға айтарлықтай практикалық сұраныс бар. Гравитацияны барлаудағы кері есептер көп жағдайда таңдау әдісімен және тек екі өлшемді жағдайда ғана шешілді. Бұл ретте геофизиканың кері есептерінің шешімдерінің жалғыздығы мен орнықтылығы мәселелері шектеулі деңгейде зерттелді, бірақ соған қарамастан бұл бағытта белгілі бір маңызды нәтижелер алынды, оның ішінде П.С.Новиковтың шешімнің жалғыздығы туралы теоремасын атап айтуға болады. Сондықтан, әртүрлі тұжырымдардағы геологияның және басқа да ғылым салаларының тура және кері есептерін шешудің дәл, тиімді және жоғары жылдамдықты алгоритмдерін жасау міндеті өзекті болып табылады.

М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов, С.И. Кабанихин, А. Lorenzi, А.М. Денисов, М.Клибанов, М.Грассели және т.б. ғалымдар өз еңбектерінде әртүрлі тұжырымдардағы гиперболалық, параболалық типті теңдеулер үшін сызықтық және сызықтық емес кері есептерді зерттеді. Мұндай есептер сандық есептеу тұрғысынан жағымсыз кейбір қасиеттерімен, яғни, жалғыз еместігімен, бастапқы деректердің қателігіне қатысты орнықсыздығымен ерекшеленеді. Сондықтан, заманауи есептеу технологиялардың мүмкіндіктерін пайдалануға арналған қатаң теориялар негізінде әзірленген арнайы алгоритмдер қажет. Белгілі бір жағдайда қандай үлгіні және әдісті қолдану керектігін түсіну модельдің жуықтау қатесі мен әдісті дискреттеу қатесі туралы біраз білімді қажет етеді. Осыған байланысты қазіргі уақытта кері есептердің әртүрлі кластарын шешудің тиімді әдістері мен алгоритмдерін жасауға көп көңіл бөлінуде. Қазіргі уақытта кері есептердің жаңа қойылымдары, сонымен қатар, олардың шешілу қабілетінің жаңа нәтижелері үнемі пайда болуда. Жаңа әдістер уақытпен бірге дамуда.

Акустикадағы жалғастыру есебінің соңғы қолданулары шуды бақылау және дыбыс өткізбеу саласында кездеседі. Бұл қалалық аумақтар, жұмыс орындары және үйлер сияқты орталарда шуды, ластауды азайтуға көмектеседі. Сондықтан, осындай қолданулар үшін кері есептердің тиімді сандық шешу әдістерін әзірлеу, дамыту өзекті мәселе болып табылады. Әртүрлі қолдану саласында кездесетін кері есептердің біртұтас теориясын құру мен тиімді сандық әдістерін ұсынатын уақыт келді.

Диссертациялық жұмыстың мақсаты акустика және Гельмгольц теңдеуі үшін жалғастыру есептерінің сандық шешуін зерттеу және тиімді сандық алгоритмін құру. Қарастырылған сандық әдістерді жүзеге асыру үшін бағдарламасын құру. Қарастырылған кері есептерді сандық шешудің орнықты есептеу сұлбалары мен алгоритмдерін құру.

Осы мақсатқа жету үшін келесі **міндеттерді** шешу қажет болды:

1. Акустика теңдеуі үшін жалғастыру есебін шешудің әдістерін зерттеу және әзірлеу.

2. Градиенттер әдісі, айырымдық сұлбаны кері келтіру әдісі негізінде бір және екі өлшемді акустика теңдеуі үшін кері есептің сандық шешу алгоритмін құру.

3. Гельмгольц теңдеуі үшін қисынды емес болатын бастапқы – шекаралық есептің сандық шешуін зерттеу және сандық алгоритмін құру.

4. Гельмгольц теңдеуі үшін тура және кері есептердің орнықтылығын сандық зерттеу.

5. Қарастырылған әдістерді жүзеге асыру үшін бағдарламаларын құру.

Зерттеу нысаны акустика теңдеуі және Гельмгольц теңдеуі үшін жалғастыру есебінің сандық шешімін құру алгоритмі болып табылады.

Зерттеу әдістері. Қарастырылған есептерді сандық әдіспен шешуді жүзеге асыру үшін Ландвебер әдісі, айырымдық сұлбаны кері келтіру әдісі, ақырлы айырымдар әдісі. Сандық шешу үшін C++, Python бағдарламалау тілдері қолданылды.

Жұмыстың ғылыми жаңалығы.

- Үшбұрыш облыстағы акустика теңдеуіне арналған жалғастыру есебі үшін ақырлы айырымдық сұлбаны кері келтіру әдісіне негізделген тиімді сандық алгоритм құрылып, сандық тәжірибелер көрсетілді.

- Уақытқа тәуелді үшбұрышты призма облысындағы акустика теңдеуі үшін шекаралық кері есептің мақсатты функционалының градиенті бағыт бойынша туынды көмегімен табылып, есепті шешу алгоритмі құрылды. Сандық шешімі жасалды.

- Төртбұрыш облыстағы күрделі Гельмгольц теңдеуі үшін белгісіз екі шекаралық шартты қалпына келтіруге арналған кері есепті шығарудың Ландвебер итерациялық әдісіне негізделген тиімді сандық алгоритмі құрылып, сандық шешімдері алынды.

Қорғауға шығарылатын негізгі жағдайлар:

- Айырымдық сұлбаларды кері келтіру әдісін қолдану арқылы шекаралық кері есепті сандық шешу. Өртүрлі шу деңгейімен есептеу эксперименттерін жүргізу.

- Уақытқа тәуелді үшбұрышты призма облысында қисынды емес есепті кері есепке келтіру және функционалдың градиентін есептеу.

- Уақытқа тәуелді үшбұрышты призма облысында акустиканың екі өлшемді кері есебін шешу барысында тура есеп үшін проекциялық әдістің қолданылуы, сонымен қатар итерациялық Ландвебер әдісінің жинақтылығы.

- Беттік деректермен бірге төменгі бөліктегі деректер пайдаланылатын Гельмгольц теңдеуі үшін бастапқы-шекаралық есептерді шешуге арналған әдіс - жаңа деректерді қосу шешімді неғұрлым орнықты анықтауға мүмкіндік беретінін көрсетеді.

- Гельмгольц теңдеуі үшін бастапқы-шекаралық есептің орнықтылығын сандық зерттеу есептің орнықсыздығын көрсетеді, өйткені шарттылық саны шексіздікке ұмтылады.

Зерттеудің теориялық және практикалық маңызы. Диссертацияда алынған нәтижелер жаңа және ғылыми сипатта. Ұсынылған нәтижелер теориялық және практикалық құндылыққа ие. Жұмыста акустикалық кері есептерді шешудің сандық әдістерін әзірлеу және негіздеу оны қолданудың маңызды ғылыми бағыты ретінде қарастырылады. Диссертациялық жұмыстың теориялық және практикалық маңыздылығы қарастырылған тура

және кері тура есептерді сандық шешудің әдістемесінде жатыр. Егер беттік деректермен бірге тереңдіктегі деректерді пайдаланылатын жалғастыру есебін квадрат облыста есептегіміз келсе, онда деректерді үлкенірек және тереңірек өлшеп, есепті үлкен шаршыдан шешуді бастаған дұрыс. Бұл неғұрлым орнықты шешім береді. Жұмыс нәтижелерін толқындық өрістерде туындайтын кері есептер теориясын зерттеу мен дамытуда қолдануға болады. Өзірленген алгоритмдер мен бағдарламалар сейсмология мен акустикалық томографияда, сондай-ақ соңғы зерттеулерге сәйкес, шуды окшаулауды зерттеуде қолданудың практикалық мүмкіндігі бар.

Жұмыс апробациясы. Диссертациялық жұмыстың нәтижелері 12 ғылыми журналдарда жарияланды. Зерттеудің негізгі жағдайлары мен нәтижелері келесі ғылыми конференцияларында жарияланған және баяндалған.

- Халықаралық конференция. «Қаржы, экономика және өмірдегі кері есептер» (Алматы, 26-28 желтоқсан 2017 ж.).

- Халықаралық конференция. «Ғылымдағы, техникадағы және білімдегі есептеу және ақпараттық технологиялар» <https://www.springer.com/series/7899> (CITech-2018). Таңдамалы мақалалар. (Өскемен, 25-28 қыркүйек 2018 ж.).

- Әбу Насыр әл-Фарабидің 1150 жылдығына арналған Қазақстан Республикасы ғылым қызметкерлері күніне арналған Халықаралық сәуір математикалық конференциясы (Алматы, 1-3 сәуір 2020 ж.).

- Математика ғылымдарының 6-шы халықаралық конференциясы. (ICMS 2022), Мальтепе университеті (Стамбул, Түркия. 20-24 шілде 2022 ж.).

- Өнеркәсіптік қолданбалармен бақылау және оңтайландыру бойынша 8-ші халықаралық конференция (Баку, Әзірбайжан, 24-26 тамыз, 2022 ж.).

- Академик Н. К. Надировтың 90 жылдығына және академик М. Ө. Өтелбаевтың 80 жасқа толу мерейтойына арналған «Ғылым, техника және білім берудегі есептеу және ақпараттық технологиялар» (CITech-2022). Халықаралық конференциясының тезистері (Алматы, 12-15 қазан 2022 ж.).

- «Жаратылыстану ғылымдарының кері және қисынды емес есептері» халықаралық ғылыми конференция (Алматы, 11-12 сәуір, 2023 ж.).

Жариялаулар. Зерттеудің негізгі нәтижелері рейтингтік журналдарда 2 жарияланым, ҚР БҒСБК ұсынған журналдарда 4 мақала, халықаралық конференция материалдарында 6 тезис жарияланды. Бірлескен жұмыстарда ғылыми кеңесшісі есептің қойылымын жасады, ал ізденуші теориялық нәтижелерді алып, сандық есептеулер өткізді және олардың нәтижелерінің талдауын жасады.

Диссертация құрылымы және көлемі. Диссертациялық жұмыс 103 парақта жазылды. Жұмыс кіріспеден, үш бөлімнен, қорытындыдан, қолданылған әдебиеттер тізімінен (95 аталымнан) тұрады.

Жұмыстың қысқаша мазмұны. Кіріспеде диссертация тақырыбына қатысты жарияланымдарға шолу жасалады, зерттеу тақырыбының өзектілігі негізделді. Жұмыстың мақсаты, ғылыми жаңалығы және алынған нәтижелердің практикалық маңыздылығы тұжырымдалған, жұмыстың мазмұны қысқаша баяндалды.

Бірінші бөлім бір өлшемді акустика теңдеуі үшін жалғастыру есебін шешудің тиімді алгоритмдерін құруға арналған. Жалғастыру есебінің негізі – шекараның белгілі бір бөлігіндегі қосымша мәліметтерді пайдалана отырып, қалған шекарадағы қажетті функцияның мәнін табу. Қарастырылып отырған кері есеп үшін ақырлы айырымдық сұлбасы жасалып, айырымдылық сұлбаны кері келтіру әдісі арқылы осы айырымдық теңдеуден белгісіз функция табылады. Әдістің тиімділігі мен қарапайымдылығын көрсету үшін сандық тәжірибе көрсетіледі.

Диссертацияның **екінші бөлімі** екі өлшемді акустика теңдеуі үшін кері есепті шешуге арналған. Бұл тараудың мақсаты акустикалық теңдеу үшін екі өлшемді кері есептің уақытқа тәуелді бетіндегі деректер бойынша сандық шешудің тиімді алгоритмін құру болып табылады. Бөлімнің негізгі нәтижесі уақытқа тәуелді үшбұрышты призма облысында екі өлшемді акустиканың кері есебін шешу барысында тура есепті шешуге проекциялау әдісін қолдану болып табылады. Тура және түйіндес есептерді шешу арқылы функционалдың градиентін есептеу формуласын алудан және жалғастыру есебін шешудің қарапайым алгоритмін құрудан тұрады. Сандық есептеулердің нәтижелері берілген.

Үшінші бөлім Гельмгольц теңдеуі үшін тура және кері есептерді сандық шешуге арналған. Зерттелетін жалғастыру есебі жер қойнауының шекарасын қалпына келтіру үшін қолданылады. Тараудың негізгі нәтижесі тура және түйіндес есептерді шешу арқылы функционалдың градиентін есептеу формуласын алудан және жалғастыру есебін шешудің қарапайым алгоритмін құрудан тұрады. Ландвебер әдісі арқылы эллиптикалық типті кері есептерді зерттеу үшін тиімді сандық шешім ұсынылған. Қойылған есептің қисынды еместігін көрсету үшін A операторының сингулярлық мәндері ұсынылған және талданған. Кері есепті шешудің сандық алгоритмі жасалды. Әдістің тиімділігін көрсететін сандық тәжірибелердің нәтижелері берілген.

Қорытындыда диссертация тақырыбы бойынша негізгі қорытындылар келтіріліп, алынған нәтижелерді болашақта қолдануы және таңдалған бағыттағы жұмыстардың көріністері талқыланды.